

למורה - ארגון ויעילות הם חלק מהפתרון

הכנסת מושגים חדשים מסייעת במיון התרגילים .

מ: כדי שנפנים את החוקים כדאי שנכיר מושגים אחדים .

גורם הוא מרכיב של מכפלה.

מספרים שאין להם גורמים משותפים נקראים מספרים **זרים זה לזה**. כדי להבין מה זה גורם נעשה כמה תרגילים בעל-פה. מה הם הגורמים של 6?

ת: 2 ו- 3.

מ: מה הם הגורמים של 10?

ת: 2 ו- 5.

מ: מה הם הגורמים של 12?

ת: 2 ו- 6, או 3 ו- 4.

מ: בקבוצה הראשונה של המספרים המכנים היו זרים זה לזה, לכן המכנה המשותף היה המכפלה של המכנים. מה קרה בקבוצה השנייה?

ת: היה מכנה אחד שהכיל בתוכו את המכנה השני בתור גורם.

מ: ומה אפשר לומר על המכנה המשותף ?

ת: המכנה המשותף במקרה הזה הוא המכנה הגדול מבין המכנים.

סיכום שלבי ביניים מסייע לבניית החדש

פונקציות פגומות: עיבוד – התנהגות מסכמת

מ: נסכם מה היו סוגי התרגילים של חיבור וחסור שלמדנו עד עכשיו מבחינת המכנה המשותף.

ת: יש תרגילים שיש להם מראש מכנה משותף כמו $2/5 + 3/5$, המכנה המשותף נתון ואפשר מייד לחבר או לחסר את השברים.

יש תרגילי חיבור או חיסור שהמכנים שלהם זרים זה לזה, אז המכנה המשותף הוא המכפלה של המכנים ויש תרגילים שמכנה אחד מכיל בתוכו את המכנה השני בתור גורם ואז המכנה המשותף הוא המכנה הגדול מביניהם. לפעמים אפשר לצמצם את אחד השברים וכך להגיע למכנה המשותף.

מ: לפניכם קבוצת תרגילי חיבור וחסור. אתם מתבקשים לפתור אותם. לפני שאתם ניגשים לפתרון אני מבקש שתציינו ליד כל תרגיל לאלו מהסוגים שמניתם הוא שייך ומה יהיה המכנה המשותף.

לדוגמא:

$$3/8 + 1/4$$

מכנה אחד מכיל בתוכו את השני - המכנה המשותף יהיה המכנה הגדול מבין השניים והוא 8.

הצעה לתרגילים נוספים שאינם בספר התלמיד.

המורה יכול להיעזר בהם להצגת הסוגים השונים של התרגילים, ולאפשר לתלמידים ליישם את עקרונות המיון על התרגילים שבספר התלמיד.

$$3/7 + 1/5 = \text{המכנים זרים זה לזה}$$

$1/4 + 6/8 =$ אחד המכנים מכיל את המכנה השני כגורם. בתרגיל הזה אפשר לצמצם את $6/8$ ולקבל 4 כמכנה משותף.

$$1/9 + 1/3 = \text{אחד המכנים מכיל את המכנה השני כגורם}$$

$$3/5 - 1/5 = \text{המכנים שווים זה לזה}$$

$$3/10 - 4/5 = \text{אחד המכנים מכיל את המכנה השני כגורם}$$

$$5/9 + 2/7 = \text{המכנים זרים זה לזה}$$

$$1/3 + 2/3 = \text{המכנים שווים}$$

$$5/6 - 2/3 = \text{אחד המכנים מכיל את המכנה השני כגורם}$$

הצגה של תרגילים חדשים כדי שהתלמידים יחוו בצורך להתאים עצמם לתנאים החדשים

מ: לפניכם סוג חדש של תרגילים. חישבו מה מאפיין אותם ומה ניתן לעשות בהם כדי להגיע למכנה המשותף הקטן ביותר.

$$3/10 + 7/15 =$$

מה אתם מציעים?

ת: אני חושב שהמכנה המשותף הוא 150.

ת: אפשר למצוא מכנה משותף קטן יותר. למשל 60, כי 60 מתחלק גם ל-15 וגם ל-10 ואז אפשר לכפול גם את המונים באותו מספר ונעשה הרחבה.

ת: אני חושב שהמכנה המשותף הקטן ביותר הוא 30. הוא הכי קטן שאפשר והוא מתחלק גם ל-10 וגם ל-15.

מ: נכון, אבל אולי תשתף אותנו ותספר לנו איך חשבת.

ת: פשוט ניחשתי.

חוקיות כוללת מסייעת לפתרון במקרים רבים, לכן היא חשובה

מ: מניחוש מקרי אי אפשר ללמוד לגבי מקרים אחרים. אני רוצה להצביע על דרך שיטתית שעשויה לסייע בידינו בפתרון כל התרגילים מהסוג הזה.

[טרנסצנדנטיות](#)

קודם עלינו להכיר את התכונות המיוחדות את התרגילים מהסוג הזה.

אם נסתכל במכנים נראה שאפשר לפרק אותם לגורמים. אתם בוודאי זוכרים שגורם הוא מרכיב של מכפלה.

$$\frac{3}{10} + \frac{7}{15} = \frac{3}{2 \times 5} + \frac{7}{3 \times 5} =$$

אנחנו רואים שהמכנים מתפרקים לגורמים ושיש גורם משותף למכנה הראשון והשני. מהו?

ת: 5. הוא נמצא גם במכנה הראשון וגם במכנה השני.

מ: מה יהיה המכנה המשותף הקטן ביותר, שיכיל את כל הגורמים אבל לא יותר מידי מהם?

ת: במכנה המשותף מוכרח להופיע 5 כגורם, כי הוא נמצא בשני המחזורים. 2 ו 3 אינם מופיעים בשניהם, אבל שניהם חייבים להופיע במכנה המשותף, כדי שכל הגורמים שיש במכנים יופיעו במכנה המשותף. מספיק ש - 5 יופיע רק פעם אחת במכנה המשותף, כי הוא משותף לשניהם.

מ: אם כך, מה הם הגורמים של המכנה המשותף שייקיימו את הנדרש ממכנה משותף?

ת: 2, 3, 5.

מ: נכון. התרגיל יראה כך על הלוח:

$$\frac{3}{10} + \frac{7}{15} = \frac{3}{2 \times 5} + \frac{7}{3 \times 5} = \frac{3 \times 3}{2 \times 3 \times 5} + \frac{7 \times 2}{2 \times 3 \times 5} = \frac{9 + 14}{2 \times 3 \times 5} = \frac{23}{30}$$

מ: לפני שאנחנו מתקדמים, מדוע הופיעו המספרים 9 ו 14 במונה?

ת: את המחזר הראשון הרחבנו ב - 3, את השני הרחבנו ב - 2. כאשר מרחיבים כופלים את המונה ואת המכנה באותו מספר. כפלנו את המכנה ב - 3 אז כפלנו גם את המונה באותו מספר. בשבר השני הרחבנו ב - 2.

מ: מה הרווחנו מהפירוק לגורמים?

ת: הגורם 5 מופיע בשניהם, לכן במכנה המשותף הוא יופיע רק פעם אחת כגורם. כך קיבלנו מספרים יותר נוחים לעבודה ויש סיכוי שלא נצטרך להוסיף עוד פעולה של צימצום בסוף.

כדי למצוא את המכנה המשותף הקטן ביותר בתרגילים הבאים, עלינו למצוא את המכפלה המשותפת הקטנה ביותר.

לפניכם תרגיל:

$$\frac{5}{36} + \frac{7}{24} =$$

יש שתי שיטות למצוא את המכפלה המשותפת הקטנה ביותר: שיטה א':
כותבים כל מכנה בנפרד ומפרקים אותו לגורמים בהדרגה:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

כל גורם שמופיע גם במספר האחד וגם במספר השני יופיע רק פעם אחת ואחד מבני הזוג יבוטל.

במקרה שלנו מכל זוג של 2 נמחק חבר אחד .

3מופיע כגורם גם ב- 24 וגם ב - 36 . אחד מבני הזוג יבוטל .

כך נגלה את כל הגורמים ונמנע חזרות של גורמים.

הגורמים שנותרו לנו הם : 2, 2, 2, 3, 3 . מכפלתם היא 72. זו המכפלה הקטנה ביותר של 24 ו- 36

שיטה ב':

לכתוב את שני המכנים זה ליד זה. לבדוק מה הגורם הקטן ביותר שמחלק אחד מהם או את שניהם. מספר שאינו מתחלק לגורם שמצאנו יורד שורה ומחכה לתורו.

ממשיכים לבצע את החילוק. להמשיך כך עד שתקבל שורה של 1.

כמו:

36	24	2
18	12	2
9	6	2
9	3	3
3	1	3
1	1	

המכפלה:

$$3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 72$$

היא המכפלה הקטנה ביותר.

איזו משתי שיטות הכתיבה אתם מעדיפים? נמקו.

ת: השיטה השנייה נראית לי קצרה יותר. אני הייתי בוחר בה.

ת: נכון שהשיטה השנייה נראית קצרה, אבל היא למעשה ארוכה יותר. בשיטה הראשונה אני מבטל את הגורמים המשותפים רק באחד המספרים ואז יש לי פחות להכפיל. בתרגיל שלנו אני רואה מייד שכדי למצוא את הכפולה המשותפת הקטנה ביותר צריך לכפול את 24 ב-3. אני גם רואה שאפשר לחסוך במציאת גורם ההרחבה. את 7/24 מרחיבים ב-3. עכשיו אני אמחוק את הגורמים המשותפים המיותרים ב-24. נשאר לי 2. כלומר, את 5/36 מרחיבים ב-2

מ: כל אחד מכם יכול לנהוג כפי שנוח לו. מה שכדאי לזכור שהרבה יותר יעיל לחשב את הכפולה המשותפת הקטנה ביותר לצורך המכנה המשותף הקטן ביותר בצד מחוץ לתרגיל .

מ: מה צריך עכשיו לעשות כדי שנפנים את התהליך?

ת: לתרגל. [התנהגות משתפת](#)