

למורה - חיפוש חוקיות

מציאת השיטה ליצירת השיויונים

בהמרת יחידות נעשות פעולת צימצום והרחבה. לדוגמא: 2 מטר = 200 ס"מ.
פרטנו כל מטר ל - 100 ס"מ, כל ס"מ קטן פי 100 מהמטר, כדי לשמור על
השיויון כפלנו את מספר הס"מ ב - 100. זוהי פעולת הרחבה. הפעולה ההפוכה
של הפיכת ס"מ למ' היא צימצום.

ננסה, ללא ציור, לחשוב מה לכתוב במקום החסר ?

$$\frac{1}{18} = \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$
$$\frac{5}{-} = \frac{1}{2}$$

איך ידעתם כיצד למלא את החסר?

ת: חמש עשיריות הם חצי, כי יש 10 עשיריות בשלם, 5 עשיריות הם חצי
מעשר. 6 שישיות זה שלם החצי שלו הם 3 שישיות. כך גם 9 של 1/18 הם חצי
של השלם.

דוגמאות לדיונים אפשריים בכיתה:

מ: נפתור ביחד את תרגיל (7).

מה צריך לכתוב במלבן הראשון? נמקו.

ת: הסימן הוא שיוויון. מצאתי את זה לפי תרגיל (5). שמתתי במחשבה את $2/6$ על ה – $1/3$ של העיגול. הם כיסו אותו בדיוק סימן שהם שווים.

ת: גם בין $1/2$ ל – $2/4$ היחס הוא שיוויון, עשיתי את זה בדיוק באותו אופן. לפי תרגיל (1).

ת: $5/6$ גדול מ – $3/6$, כי ב – $5/6$ יש יותר חלקים ששמים שישית.

ת: $1/4$ גדול מ – $1/5$, כי חילקו את ה – 1 ליותר חלקים וכל חלק קטן יותר. בכלל כשהמכנה גדול יותר – השבר קטן יותר, בגלל החלוקה ליותר חלקים.

ת: מצאתי חוק: **אם המכנים שווים והמונה של שבר אחד קטן יותר, אז השבר קטן יותר. אם המונים שווים אז ככל שהמכנה גדול יותר – השבר קטן יותר.**

מ: מה קורה כאשר גם המונה וגם המכנה שונים?

ש: לא נוכל להשוות?

ת: אפשר להשוות, למשל בתרגיל $2/4 = 1/2$. המונה שונה והמכנה שונה ואני יודע שהם שווים.

ת: אבל איך נדע להשוות בתרגיל כמו: $5/9$ ו – $8/11$?

מ: חישבו על הפתרון במקרה הזה. כאשר נילמד את הנושא תוכלו להציג את הפתרון שלכם.

אנאליזה: פירוק תהליך החשיבה שעליו מבוסס רעיון ההרחבה

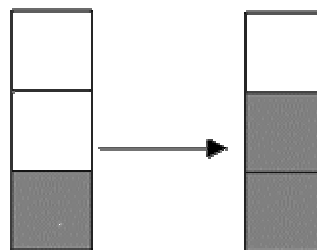
ת: כאשר אני כופל את המונה – אני כופל את כל השבר, כי אני לוקח את השבר מספר פעמים. לדוגמא: שתי פעמים $1/3$ הם 2 שלישים.

כאשר אני כופל את המכנה אני מחלק את השבר. אני מקטין כל חלק פי לדוגמא: אם אקח $1/3$ ואכפיל את ה-3 ב-2, אקבל $1/6$ שהיא קטנה פי 2 מ- $1/3$. אם אכפיל את המונה של $1/3$ ב-2, אכפיל את השבר פי 2 כי הגדלתי את מספר השלישים פי 2. כאשר גם כופלים וגם מחלקים באותו מספר - ערך השבר יישמר.

מ: איך נראה זאת בציור?

המחשה ציורית לביסוס ההבנה

ת: יש שני צעדים: האחד הוא כפל.

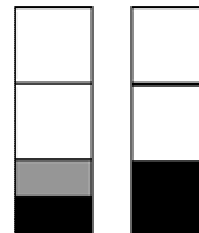


$$1/3 \times 2 = 2/3$$

כפלנו את מספר החלקים, במקום $1/3$ אחד קיבלנו 2 שלישים, כי לקחנו פעמיים את $1/3$.

עכשיו נחלק את שלישי ל-2.

זה ייראה כמו בציור:



כשמחלקים $\frac{1}{3}$ ל-2 חלקים שווים מקבלים $\frac{1}{6}$. החלק הצבוע בשחור ניכנס 6 פעמים לתוך השלם, לכן הוא $\frac{1}{6}$ מהשלם, והוא חצי של שליש.

$$\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

אם אנחנו מחלקים את $\frac{1}{3}$ ל-2 ומקבלים $\frac{1}{6}$ וביחד עם זאת אנחנו כופלים את מספר השישיות ב-2 לא משנים את ערך השבר. בתוך שליש יש 2 שישיות.

שיום

מ: לפעולה הזאת של כפל המונה וכפל המכנה באותו מספר קוראים: **הרחבה**.

בסיכום: כפל המונה – מכפיל את השבר.

כפל המכנה – מחלק את השבר.

כפל המונה וכפל המכנה באותו מספר – מכפיל ומחלק באותה

מידה, לכן אינו משנה את ערך השבר.

מומלץ לרשום חוק כזה במחברת. בנוסף, לרשום אותו במקום בולט בפלקט – לצורך הפנמה.

רגישות ללשון המילולית מסייעת להבנה

ש: למה קוראים לפעולה 'הרחבה' ולא 'הגדלה'?

ת: אנחנו לא מגדילים את השבר, כי אנחנו גם מחלקים אותו (הקטנה פי...)
וגם כופלים אותו (הגדלה פי...) – אז אנחנו לא שינינו את השבר רק שינינו את צורתו.

מ: השברים שאנחנו מקבלים שהם שווים בערכם ושונים בצורתם נקראים
שברים שקולים.

ש: למה 'שקולים' ולא 'שווים' למרות סימן השוויון שאנחנו רושמים?
ת: הם לא בדיוק שווים בכל. הם שווים בערך שלהם, אבל לא בצורה שלהם.
מ: איך אתם אומרים את זה? - " אותה גברת בשינוי אדרת". בגלל זה שזו
אותה גברת יש לנו שיוויון, בגלל האדרת אנחנו קוראים להם 'שקולים'.

ההפיכות מסייעת להבנת הכלל

מ: מה תהיה הפעולה ההפוכה שתחזיר אותנו משבר מורחב לשבר המקורי?
ת: אם כפל המונה וכפל המכנה באותו מספר גורם להרחבה, אז חילוק המונה
וחילוק המכנה באותו מספר יחזיר לשבר הראשון.
מ: כאשר מחלקים את המונה ומחלקים את המכנה באותו מספר לא משנים
את ערך השבר אלא רק את צורתו. לפעולה זו קוראים: **צימצום.**

גם בצימצום יש לכתוב במחברות ועל פלקט:

חילוק המונה – מקטין את השבר. (מחלק אותו).

חילוק המכנה – מגדיל את השבר. (מכפיל אותו).

חילוק המונה וחילוק המכנה באותו מספר – מגדיל ומקטין את השבר באותה מידה ולכן אינו משנה את ערכו.

משמעות התירגול, ההסבר לצורך בתירגול יוצר תחושה של הדדיות. אין הכתבה מלמעלה, אלא שותפות של עשייה

מה צריך לעשות כדי להשתלט על שתי הפעולות?

ת: לתרגל.

תרגילים [7 - 13].

מתן משמעות ללמידה

מ: עכשיו, לאחר שאתם יודעים לצמצם ולהרחיב, לצורך מה למדנו את זה?

ת: אמרת שזה יעזור לנו למצוא מכנה משותף לצורך חיבור וחסור של שברים.

מ: באיזה אופן ההרחבה והצמצום יסייעו לנו לחבר ולחסר?

ת: אם נצטרך לחבר $\frac{1}{2}$ עם $\frac{2}{4}$, נוכל לכתוב במקום $\frac{2}{4}$ את השבר השקול לו, הוא $\frac{1}{2}$. התרגיל נעשה פשוט $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$. זה כבר תרגיל של חיבור שני שברים עם מכנה משותף.

מ: לפני שנפתח את הנושא נראה שיש עוד שימוש לפעולות ההרחבה והצמצום. שתי הפעולות האלה מאפשרות לנו לערוך השוואה בין גודלם של שברים.

נעקוב אחר הדוגמאות:

$\frac{2}{3}$ ו- $\frac{2}{7}$ מי יותר גדול, למה?

ת: $2/3$ גדול יותר כי מחלקים את ה – 2 רק ל – 3 וב – $2/7$ מחלקים את ה – 2
ב – 7 ואז המנה קטנה יותר.

הסבר שיכול לסייע למתקשים

מ: אם ניקח 2 עוגות זהות ונחלק אותן ל – 3 אנשים ואחר כך ניקח 2 עוגות
הזהות בכל לראשונות ונחלק אותן ל – 7 אנשים. מי יקבל פרוסת עוגה גדולה
יותר, מי שהיה בקבוצה הראשונה או מי שהיה בקבוצה השנייה?

ת: ברור שמי שהיה בקבוצה הראשונה יקבל יותר, כי 2 העוגות חולקו לפחות
אנשים. כל אחד קיבל פרוסה יותר גדולה ממי שהיה בקבוצה השנייה, שם
חולקו אותן שתי העוגות ליותר אנשים והפרוסה של כל אחד מהם היתה גדולה
יותר.

ש: לפי מה שאמרנו עד עכשיו יוצא שאם גם המונה וגם המכנה שונים בשני
השברים, יש שני מצבים: האחד – שהשברים הם שקולים, והשני – שאי אפשר
לעשות השוואה, אלא אם נהפוך כל אחד מהשברים לשקול שלו כך שיהיה להם
או מכנה משותף, או מונה משותף.

מ: זהו רעיון שכדאי לפתח.

ניסוח החוק על ידי התלמיד הופך אותו מלומד פסיבי ללומד אקטיבי

מ: איך ננסח את החוק?

ת: כאשר המונים שווים – השבר הקטן הוא השבר שהמכנה שלו גדול יותר.

מ: עכשיו נבדוק השוואה אחרת:

מה גדול ממה? $4/5$ או $3/5$.

ת: $4/5$ מפני שיש ב- $4/5$ יותר חמישיות מאשר ב- $3/5$.

מ: ניסוח החוק?

ת: אם המכנים שווים – השבר הגדול הוא השבר שבו המונה גדול יותר.

מ: מה יותר גדול?

$6/7$ או $12/14$

ת: הם אותו דבר. אלו שברים שקולים, כי 6 קטן פי 2 מ- 12 וגם 7 קטן פי 2

מ- 14. $6/7$ מתקבל מצימצום של $12/14$. אפשר גם לומר ש- $12/14$ מתקבל

מהרחבה של $6/7$ ב- 2.

מ: מה יותר גדול?

$5/8$ או $2/3$?

ת: אי אפשר לדעת.

מ: למה?

ת: בתרגילים הקודמים היה משהו שווה: או המונה או המכנה, אז השווינו לפי השונה. בתרגיל הזה הכל שונה: גם המונה וגם המכנה. אלו גם אינם שברים שקולים.

מ: מה אתם מציעים?