

למורה - השוואת שברים - שיתוף התלמיד בתהליכים של שיקול הדעת

הרחבה וצימצום נמצאת גם במספרים שלמים (פריטה, הקבצה) וגם בהפיכת יחידות שונות, כמו יחידות אורך, כשפורטים מטר לס"מ, או משקל, כשפורטים ק"ג לגרמים, ובחישובים רבים אחרים.

6.

שיתוף התלמיד בתהליכים של שיקול הדעת

ת: אולי נרחיב אותם כך שיהיה להם אותו מכנה – אז יהיה לנו משהו שווה ונוכל להשוות לפי השונה?

מ: נבדוק ביחד את הרעיון.

12/3 ו- 5/8 . איזה מכנה יכול להתאים לשניהם?

ת: 24 . נוכל להרחיב את 2/3 ב- 8 ואת 5/8 ב- 3

מ: נבחן את ההצעה הזאת:

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24} \qquad \frac{5}{8} = \frac{15}{24}$$

איזה שבר גדול יותר ?

ת: 2/3 .

מ: למה?

ת: $2/3$ שקול ל- $16/24$, $5/8$ שקול ל- $15/24$

נותר לנו להשוות את השברים שהם בעלי מכנים שווים, לכן נבדוק ונמצא ש -
 $16/24$ גדול מ- $15/24$ כי המכנים שווים ואנחנו משווים לפי המונה. ככל
שהמונה קטן –השבר קטן.

מ: כדאי לסכם את מה שעשינו.

ת: כדי להשוות שברים אפשר לפעול בכמה דרכים: אם המכנים שווים –
משווים לפי המונים, אם המונים שווים –משווים לפי המכנים, אם המונים
והמכנים שונים –כדאי לעשות מכנה משותף ואז קל להשוות לפי המונים.

ש: ומה קורה אם הם שקולים? איך נגלה את זה?

ת: אני כבר מכיר בעל-פה הרבה שברים שקולים. אני מיד יודע את זה .

ש: יש הרבה אפשרויות להרחבה ולא את כולם אפשר לזכור ,

$$\text{למשל, } 12/51 = 4/17$$

אני חושב שקל לבדוק אם השברים שקולים. רואים אם המונה הוא כפולה של
המונה השני ואז בודקים אם המכנה מוכפל באותו גורם.

מ: פיתרו את התרגילים הבאים: תרגילים אלה אינם בספר התלמיד.

הקיפו בעיגול את השבר הקטן מבין זוגות השברים הבאים:

$$3/7$$

$$1/2$$

$$\frac{6}{7} \quad \frac{5}{9}$$

$$\frac{5}{9} \quad \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{10} \quad \frac{8}{9}$$

$$\frac{2}{3} \quad \frac{6}{9}$$

$$\frac{6}{8} \quad \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{8} \quad \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} \quad \frac{3}{5}$$

$$\frac{9}{10} \quad \frac{9}{11}$$

הדיון על דרכים נוספות להשוואה, למשל, על ידי השלמה ל - 1 נתון לבחירת המורה.

מ: למדנו דרכים להשוואת שברים. הן בהחלט יכולות לענות על כל צרכינו, כדאי לבדוק אם יש עוד דרכים להשוואה כזאת. מי שרוצה לחשוב עליהן מוזמן להציען לנו. נסו לגלותן.

פתרון אפשרי: לבדוק כמה חסר לנו להשלמה ל- 1. למשל ל- $\frac{2}{3}$ חסר $\frac{1}{3}$ כדי להשלים ל- 1. ל- $\frac{4}{5}$ חסר $\frac{1}{5}$ להשלמה הזאת. $\frac{1}{3}$ גדול מ- $\frac{1}{5}$, לכן $\frac{2}{3}$ קטן מ- $\frac{4}{5}$.

יש תלמידים ששיטה זו מקלה עליהם ויש כאלה שהיא דווקא מסבכת אותם.

פיתרו את 14.

באמצעות 14 ייעשו החזרה והסיכום.

עבודה עצמית ו/או קבוצתית בצימצום והרחבה במטרה להגיע לכללי הפעולות האלה

ציינו מימין לתרגילים לאיזה ציורים מהציורים 1-5 שביחידה הזאת הם מתאימים .

ציינו משמאל לתרגילים לפי איזה חוק פעלתם בכל תרגיל ותרגיל .

7. דוגמא:

ציור 5

$$\frac{2}{6} \equiv \frac{1}{3}$$

צימצמתי. חילקתי את המונה ואת המכנה באותו מספר.

ערכו של השבר לא השתנה.

$$\frac{3}{6} \square \frac{5}{6}$$

לציור 5א'

המכנים שווים והמונה 5 גדול מהמונה 3, יש יותר שישיות ב- 5/6

$$\frac{3}{4} \equiv \frac{6}{8}$$

כאשר כופלים את המונה של השבר ואת המכנה שלו באותו מספר – ערכו

נישמר. זו פעולת הרחבה:

$$\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4}$$

ציור 1

כפל המונה וכפל המכנה באותו מספר אינו משנה את ערכו של השבר. זו.

הרחבה.

$$\frac{2}{7} \square \frac{1}{7}$$

החלקים הם אותם החלקים- שביעיות. כשמספר החלקים גדול – השבר יותר

גדול

$$\frac{1}{4} \equiv \frac{2}{8}$$

כפל המונה והמכנה באותו מספר, זו הרחבה.

$$\frac{1}{6} \square \frac{1}{9}$$

כאשר המונים שווים השבר שמכנהו גדול הוא השבר הקטן יותר.

רישמו בקצרה על הקו מתחת לתרגילים את החוק לפיו פעלתם.

$$\frac{3}{7} \square \frac{3}{6}$$

דוגמא: השוואת מכנים כשהמונה שווה.

$$\frac{2}{7} \equiv \frac{4}{14}$$

פעולת צימצום .

$$\frac{2}{3} \equiv \frac{4}{6}$$

חילוק המונה והמכנה באותו מספר אינו משנה את ערך השבר.

זו פעולת צימצום.

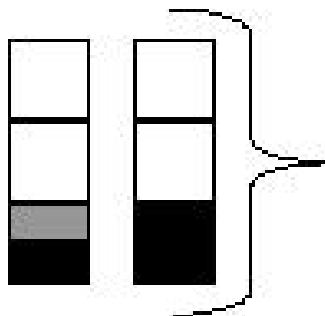
$$\frac{3}{9} \equiv \frac{1}{3}$$

חילוק המונה והמכנה באותו מספר אינו משנה את ערך השבר – צימצום :

$$\frac{2}{7} \square \frac{2}{3}$$

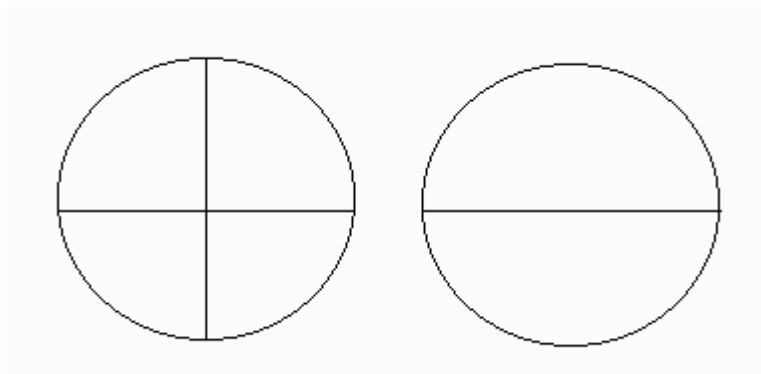
המונים שווים, כאשר מחלקים למספר קטן יותר – המנה גדולה יותר .

8. לפניכם זוגות של ציורים, רישמו ליד כל זוג את התרגיל המתאים לו:



התרגיל:

$$1/3 = 2/6$$



התרגיל:

$$2/4 = 1/2$$

ציבעו את החלקים בהתאם לתרגיל.



9. הסתמכו על הציור ורישמו תרגילי שיוויון בין החלקים .

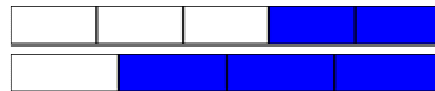
$$3/6 = 1/2$$

10. מה גדול יותר $1/4$ או $1/5$? הדגימו זאת בשני ציורים.

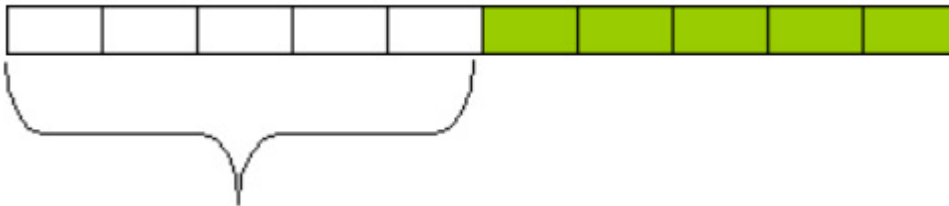
$$1/4 \text{ גדול מ- } 1/5$$



11. מה קטן יותר? $\frac{3}{9}$ או $\frac{5}{9}$? ציירו.

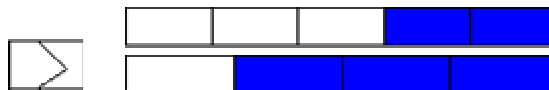


12. מה גדול יותר? $\frac{5}{10}$ או $\frac{1}{2}$? ציירו והסבירו.



13. קיבעו את היחסים בין השברים הבאים. רישמו אותם במלבנים.

הדגימו את היחסים בעזרת ציור.



$$\frac{3}{4} \square \frac{2}{5}$$

$$1/5 \square 2/6$$

$$3/7 \square 1/2$$

$$2/8 \square 1/4$$

התרגיל החשבוני לראשון:

$$3/4 = 15/20$$

$$2/5 = 8/20$$

המכנה המשותף מאפשר את ההשוואה.

הערה: השימוש במלבן לצורכי השוואה נוח. עם זאת, כדאי לעודד שימוש בצורות אחרות כדי להביא להפנמה של כללי המתימטיקה.

14. כיתבו את הסימנים $>$ $<$ = בין זוגות השברים הבאים.

$$2/6 \qquad 1/3$$

$$2/4 \qquad 1/2$$

$$3/6 \qquad 5/6$$

$$1/2 \qquad 3/6$$

$$\frac{1}{6} \qquad \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{5} \qquad \frac{3}{4}$$

$$\frac{6}{14} \qquad \frac{3}{7}$$

$$\frac{1}{2} \qquad \frac{5}{10}$$

$$\frac{1}{4} \qquad \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{6} \qquad \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{7} \qquad \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} \qquad \frac{4}{8}$$

$$\frac{2}{10} \qquad \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{9} \qquad \frac{4}{5}$$

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{4}{6}$$

$$\frac{6}{6} \qquad \frac{5}{6}$$

$$\frac{4}{6} \qquad \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{4} \qquad \frac{2}{8}$$

$$\frac{1}{3} \qquad \frac{3}{9}$$

2/8 4/9

1/12 1/10

2/3 4/6

3/5 4/5

לצורך ההשוואה של התרגילים שלעיל, הדיון הכיתתי יוביל לכללים:

אם יש מכנה משותף – השבר בעל המונה הגדול הוא הגדול.

אם יש מונה משותף – השבר בעל המכנה הגדול הוא הקטן.

אם השברים ללא מונה משותף וללא מכנה משותף - נצמצם או נרחיב כך שיתקבל אותו מכנה או אותו מונה ואז קל להשוות את השברים.

15. השברים שלפנינו התחפשו. עליכם לחשוף את זהותם. העבירו קו

בין השברים השווים בערכם.

$$27/57, \quad 14/21, \quad 5/7, \quad 7/10, \quad 35/49, \quad 14/20, \quad 16/24$$

$$, \quad 3/8, \quad 18/38, \quad 12/15, \quad 9/27, \quad 1/9$$

16. סדרו את השלשות של השברים לפי גודלם. בכל שלשה -
הראשון משמאל יהיה הגדול ביותר.

$\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{9}$.

$\frac{7}{10}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{6}{7}$.

$\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{9}$.

$\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{7}$.

17. סדרו את השברים לפי גודלם. הראשון משמאל יהיה הקטן
ביותר.

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{7}{10}$.

$\frac{4}{5}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{6}{7}$.

$\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{9}$.

תרגילים 15-17 נועדו להעמקת ההפנמה.

סיכום של השוואת שברים:

בשברים בעלי אותו מונה, ההשוואה נעשית באמצעות המכנים:

אם המכנה של השבר האחד קטן יותר מהמכנה של השבר השני, אז השבר האחד

גדול יותר מהשבר השני.

אם המכנה של השבר האחד גדול יותר מהמכנה של השבר השני, אז השבר השני

גדול יותר מהשבר הראשון .

בשברים בעלי אותו מכנה, ההשוואה נעשית באמצעות המונים:

השבר בעל המונה הגדול יותר הוא השבר הגדול מבין שני השברים.

השבר שמונהו קטן יותר קטן מהשבר שמונהו גדול יותר.

בשברים שבהם המונה והמכנה שונים זה מזה, ההשוואה נעשית על ידי

בדיקת שני השברים:

יש לבדוק אם אפשר לצמצם או להרחיב את אחד השברים, כך שיהיה שווה לשבר השני.

הציעו דרך נוספת להשוואת שברים:

אם נבדוק מה ההפרש בין שני השברים לבין חצי, נוכל למצוא איזה שבר קטן

יותר. לדוגמא: נשווה $3/5$ ל- $4/7$ הוא יותר מ- $1/2$ בחצי של חמישית,

4/7 זה יותר מחצי ב- 1/2 של שביעית. חצי של שביעית קטן מחצי של 1/5 .

כלומר, 3/5 גדול מ- 4/7

יש דרכים מקוריות מעין זו הרשומה לעיל. תרגיל זה טוב עבור תלמידים
יצירתיים בעלי חשיבה מתימטית ברמה גבוהה. אפשר לדלג עליו.

למתקשים מומלץ להיעזר בכסף להצגת הפריטה (שהיא הרחבה, יותר מטבעות
שערך כל אחת מהן קטן יותר מהערך המקורי. פי כמה שקטן ערך כל מטבע כן
גדל מספר המטבעות) ולהצגת הצימצום (פחות מטבעות, אך ערך כל אחת מהן
גדול יותר, פי כמה שגדול ערך כל מטבע מספר המטבעות קטן).

נחפש מכנה משותף לשני השברים:

אפשר לעשות זאת על ידי הרחבת אחד השברים כמו בתרגיל:

השוו בין 1/3 ל- 2/9 .

נרחיב את 1/3 ל- 3/9 ונוכל להשוות.

אפשר לעשות זאת על ידי צימצום אחד השברים כמו בתרגיל :

השוו בין 2/8 ל- 3/4

נצמצם את 2/8 ל-1/4

אפשר להרחיב או לצמצם את שני השברים, כמו בתרגילים:

השוו בין $\frac{3}{6}$ ל- $\frac{4}{8}$

נצמצם את $\frac{3}{6}$ ל- $\frac{1}{2}$ ואת $\frac{4}{8}$ ל- $\frac{1}{2}$ ונגלה שהשברים שווים.

תרגיל נוסף:

השוו בין $\frac{7}{8}$ ל- $\frac{9}{20}$

נרחיב את $\frac{7}{8}$ ל- $\frac{35}{40}$ נרחיב את $\frac{9}{20}$ ל- $\frac{18}{40}$

עכשיו נוכל להשוות ביניהם.

בתרגיל הזה חיפשנו את המכנה המשותף הקטן ביותר . 40 מכיל

את כל הגורמים של $8 = 2 \times 2 \times 2$ ואת כל הגורמים של 20 שהם 2, 5, 2

דוגמא נוספת :

השוו בין $\frac{7}{9}$ ל- $\frac{8}{11}$

המכנה המשותף יהיה המכפלה של המכנים, ואז נרחיב את שני

השברים : $\frac{7}{9} = \frac{77}{99}$, $\frac{8}{11} = \frac{72}{99}$.

מכנים משותפים במספרים השלמים

המכנים בשברים הפשוטים גלויים לעין, אבל יש לנו מכנים שאינם רשומים כשברים. נחזור וניזכר בהם.

ציינו בביטויים הבאים מהו המכנה ומהו המונה. נמקו.

דוגמא:

4521 אנשים – 4521 מונה, אנשים – מכנה, כי 4521 מונה
את האנשים.

18.

א. 679 בנות 679 -מונה, בנות - מכנה .

ב 5 ארגזים 5 -מונה, ארגזים - מכנה .

ג. 87 מעטפות 87 - מונה, מעטפות - מכנה .

ד 349 ס"מ 349 - מונה, ס"מ - מכנה .

ה. אפס תפוזים אפס –מונה, תפוזים - מכנה .

ו. 76 ק"מ 76 -מונה, ק"מ - מכנה .

ז. 40008 דונמים - 40008 - מונה, דונמים - מכנה .

ח. 294 גרמים - 294 - מונה, גרמים - מכנה .

ט. 5007 טון - 5007 - מונה, טון - מכנה .

י. 8 מטר מרובע (מ"ר) - 8 - מונה, מטר מרובע - מכנה .

בין המכנים יש קבוצה בולטת וחשובה, חפשו את חבריה. רישמו אותם ושיימו את הקבוצה.

שם הקבוצה: יחידות .

איברי הקבוצה: ס"מ, ק"מ, דונם, גרם, טון, מטר מרובע .

חלקו את חבריה לתת-קבוצות:

יחידות אורך (ס"מ, ק"מ)

יחידות שטח (דונם, מטר מרובע)

יחידות משקל (גרם, טון).

האם אתם מכירים עוד תת-קבוצות השייכות לקבוצה הזאת? תנו דוגמאות.

יחידות זמן (דקה, שעה).

יחידות נפח (סמ"ק, ליטר).

19. בביטויים שב – 18 מצאתם את המכנים, אבל בביטויים אלה יש עוד מכנים, המוסתרים מהעין, הם נמצאים בתוך המספרים עצמם.

חזרו לתרגיל 18 ורישמו את המכנים לפי הדוגמא הבאה:

4521 4 אלפים, 5 מאות, 2 עשרות, 1 אחדות.

א. 6 מאות, 7 עשרות, 9 אחדות. המספר כולו מונה 679 אחדות.

ב. 5 אחדות.

ג. 8 עשרות, 7 אחדות. המספר כולו מונה 87 אחדות.

ד. 3 מאות, 4 עשרות, 9 אחדות. המספר כולו מכיל 349 אחדות.

ה. אפס אחדות.

ו. 7 עשרות, 6 אחדות. המספר כולו מונה 76 אחדות.

ז. 4 אלפים, 8 אחדות. המספר כולו מונה 4008 אחדות.

ח. 2 מאות, 9 עשרות, 4 אחדות. המספר כולו מונה 294 אחדות.

ט. 5 אלפים, 7 אחדות. המספר כולו מונה 5007 אחדות.

י. 8. אחדות.

איך הייתם מציעים לקרוא לקבוצה הזאת של המכנים?

הערך של הסיפרה .

ראינו שיש מכנים גם במספרים השלמים.

באילו פעולות של המספרים השלמים אנחנו נזקקים למכנה המשותף?

בחיבור ובחיסור .

20. כיתבו במחברתכם את התרגילים הבאים במאונך. אל תפתרו

אותם.

$$56 + 60083 =$$

$$53091 + 707 =$$

$$400 - 34 =$$

$$1020 - 807 =$$

איך ידעת לכתוב אותם?

כתבתי אחדות מתחת לאחדות עשרות מתחת לעשרות , מאות מתחת למאות

וכך הלאה.

איזו פעולה ביצעת?

עשיתי מכנה משותף, כי ארגנתי את המספרים כך שכל סיפרה היתה

מתחת לספרה מאותו סוג.

מה הקשר שלה לשברים? גם בשברים אנחנו מחברים או מחסרים רק שברים

בעלי מכנה משותף.

גם בשברים הפשוטים וגם במספרים השלמים אנחנו יכולים לחבר או לחסר

דברים רק שיש להם אותו מכנה.

במספרים השלמים המכנה המשותף מתקבל על ידי הכתיבה המאונכת.

בשברים הפשוטים, אם המכנה המשותף אינו נתון, הוא מתקבל על ידי פעולה

של הרחבה או צימצום.