למורה - קשרי חשיבה לנושאים אחרים במתימטיקה ובחיים מאפשר גיבוש החומר

הבנה טובה יותר של עקרונות, סלילת הדרך ליישומם של העקרונות בתהליכים לוגיים ופיתוח מודעות עצמית. חזרה על חומר ידוע ועיגונו של החדש בדפוסי חשיבה מוכרים מבסס את הישן ומסייע להבנת החדש.

דיון פותח לבעיות 18 - 20 .

בתרגיל 18 מוזכרות קבוצות ותת-קבוצות. הכוונה היא רק לחשיפה ראשונית למושגים האלה, ולא לדיון עליהם .

שם הקבוצה: יחידות.

איברי הקבוצה: ס״מ –לאורך, ק״מ –לאורך, דונמים –לשטח, גרמים-למשקל, טון –למשקל, מ״ר –לשטח.

תת-הקבוצות: יחידות אורך, יחידות שטח, יחידות משקל (בשלב זה אין טעם להיכנס להבחנה בין משקל למסה).

על השאלה: האם אתה מכיר עוד תת-קבוצות השייכות לקבוצה הזאת? אפשר לדלג. ואפשר רק להפגיש את התלמידים עם הידיעה שיש צורך ביחידות שונות למדידת תופעות שונות.

דוגמא:

מעלות –לזוויות, מטר מעוקב = מ״ק –למדידת נפח, ליטר –למדידת נפח בנוזלים .

מ :בעבר נתקלנו בהרבה מקרים שבהם עשינו למעשה הרחבה וצימצום. לא קראנו לפעולות בשמות האלה, לא עסקנו בשברים, אפילו לא רשמנו את הפעולות באותו אופן, לכן יהיה לכם קשה לענות על השאלה הבאה. למרות הקושי אני מצפה מכם שתתאמצו ותנסו למצוא היכן בחיי יומיום, או בחשבון, כבר עשיתם תהליך של הרחבה וצימצום? אני מציע שתדונו בנושא בקבוצות, אחר כך במליאה.

ת: בחיי יומיום עשינו הרחבה כאשר פרטנו כסף. אם פורטים שקל אחד ל – 10מטבעות של 10 אגורות, כל מטבע קטנה פי 10 ממטבע של שקל, אבל כדי שערך הכסף יישמר לוקחים מספר מטבעות הגדול פי 10 מהמטבע של השקל. הערך הכספי נשאר אותו ערך, אבל ההרכב של המטבעות שונה .

מ: מי יכול להסביר למה פריטת כסף הוא פעולה של הרחבה? תנו דוגמא משברים.

ת: כאשר מרחיבים את 2/3 ב- 5 כופלים את המכנה 3 ב - 5 כך מקטינים את השבר פי 5 כי 1/15 קטן פי 5 מ - 1/3 כאשר כופלים את המונה ב- 5 מגדילים את השבר פי 5, כי מספר החלקים גדל פי 5 . כך קיבלנו פריטה .הקטנו כל חלק פי 5 והגדלנו את מספר החלקים פי 5 , אז קיבלנו אותו ערך. גם בכסף עשינו אותו דבר: הקטנו את הערך של כל מטבע פי 10, אבל לקחנו מספר מטבעות הגדול פי 10 מהמטבע האחת וקיבלנו אותו ערך כספי למרות הסוג השונה של המטבעות.

מ: מי יכול להסביר על אותו בסיס בדיוק היכן בשימוש בכסף אנחנו עושים צימצום?

ת: זה בדיוק אותו דבר, אבל הפוך.

מ: אולי כדאי שתפרטו יותר?

ת :כאשר אנחנו לוקחים 10 מטבעות של 10 אגורות ומחליפים אותם במטבע אחת של שקל זה צימצום. החלפנו 10 מטבעות בעלות ערך קטן במטבע אחת שערכה גדול. ערך הכסף נשמר רק המטבעות השתנו.

שיום התהליך הקוגניטיבי

מ: במקום לומר שאנחנו 'מחליפים' נשתמש במונח המתאים יותר לתאור הפעולה ונאמר שאנחנו **ממירים** והתהליך שאנחנו עושים הוא **המרה.**

ש: אני זוכר שהשתמשנו במילים 'הקבצה' 'פריטה' בחיבור ובחיסור של מספרים טבעיים. יש קשר בין צימצום והרחבה לבין הקבצה ופריטה?

מ :כבר למדנו שבחירת שמות לפעולות אינה מקרית, אבל כדאי לבחון את הנושא לעומקו. נבדוק היכן יש לנו תהליך של המרה ושל פריטה במספרים הטבעיים.

חזרה המבססת את החשיבה בפעולות חשבוניות שכבר נרכשו,

העמקת ההבנה של המיבנה העשורי לצד הבנת דרכי החשיבה המשותפות למספר השלם ולשבר הפשוט

דיון שייערך לאחר קריאה ראשונה של החידה על אורי וחגית, המשמשת גירוי לדיון על השימוש בהרחבה (= פריטה) ובצימצום (= הקבצה) בכסף. רצוי לתת לתלמידים להביע דעתם על התשובה ולא להכריע בין חגית לאורי .

תרגיל:

489+175

כאשר מחברים 9 ועוד 5 מקבלים 14 אחדות. אנחנו כותבים 4 אחדות ואת העשרת, כלומר את 10 האחדות, אנחנו זוכרים וממירים אותן בעשרת אחת, לכן אנחנו זוכרים להוסיף את האחד למספר העשרות. זהו בדיוק כמו בצימצום.

מ: מי יכול להמשיך את ההסבר לתרגיל?

ת :עכשיו אנחנו מחברים את העשרות: 7 עשרות ועוד 8 עשרות הם 15 עשרות ועלינו להוסיף לעשרות את העשרת שקיבצנו מהאחדות. בסך הכל יש לנו 16 עשרות. גם כאן נבצע **המרה** (המרה היא שם הכולל שתי פעולות: הקבצה ופריטה) . 10 עשרות הן 100 ,לכן נרשום את 6 העשרות במקום של העשרות בסכום ונחבר את המאות. יש 4 מאות ועוד 1 מאה ועוד המאה שהמרנו מהעשרות, ביחד יש לנו 6 מאות. התשובה הסופית היא 664.

מודעות לתהליכי החשיבה

מ: מה יותר חשוב לנו בהקשר שלנו, הפתרון של התרגיל או דרך החשיבה?

תהליך ותוצר- כפל שלמים

ת :כאשר אנחנו יודעים איך חושבים אנחנו יכולים להפעיל את זה בכל מיני מצבים . אם מבינים את הרעיון של המכנה המשותף אפשר להשתמש בו בגן החיות, אפשר להשתמש בו בחיבור ובחיסור שלמים וגם בשברים.

ת :להבין את עיקרון ההמרה חשוב לנו יותר מהתוצאה הסופית של תרגיל מסויים, כי ההקבצה היא תהליך דומה, מבחינת החשיבה, לצימצום. כמו בצימצום : לוקחים פחות חלקים, אבל כל חלק גדול יותר באותה מידה. אם חושבים באותו אופן אז אפשר להשתמש בסוג הזה של החשיבה בהרבה מקרים. אם מדברים על תרגיל בודד –זו תשובה חד-פעמית. משהו כללי יותר יכול לעזור לנו תמיד.

הבחנה בין מקרה פרטי לבין מקרה כללי כהכנה ראשונית למעבר לאלגברה

מ : דרך החשיבה העוסקת בהרחבה ובצימצום היא כללית והיא נותנת לנו חוקיות שניתן להפעילה בהרבה מקרים. משום שהיא כללית קוראים לה **הכללה** . תרגיל בודד הוא **מקרה פרטי** . הוא מתאים רק לתרגיל או למקרה אחד ומסויים. המקרה הכללי יכול לעזור לנו בהרבה מקרים. ההמרה היא תהליך שאנו חוזרים ומשתמשים בו במצבים שונים, לכן חשוב להבינו.

עכשיו למדנו עוד משהו חשוב : בחשבון אפשר להביע רעיונות בדרכים שונות. 2/3 שווה בערכו ל- 4/6 , זה אותו רעיון, אף כי הוא נכתב אחרת. ההמרה נותנת לנו אפשרות להביע אותו דבר באופן שונה. למדנו שחשוב להבין את המשמעות של החוקיות, אם מבינים אותה, קל להבין דרכים שונות של הצגתה. צריך רק ללמוד את ה׳כתיב׳ החדש של הרעיון. ראינו איך אנחנו חושבים בצימצום. מה עלינו לעשות עכשיו?

ת: להבין איך אנחנו עושים הרחבה במספרים הטבעיים.

מ: יפה. עכשיו כבר יהיה לנו יותר קל לראות את הקשר. מי רוצה להציע תרגיל שבו אנחנו מבצעים הרחבה?

יישום עקרונות והפעלה של התלמידים בתהליך

ת: אתה מתכוון לפריטה? זה ישנו בחיסור.

ש: כיצד?

ת: אני יכול להסביר על ידי דוגמא. בתרגיל:

452-267

אי אפשר להחסיר מ- 2 אחדות 7 אחדות, אנחנו מלווים עשרת אחת מ- 5 העשרות. את העשרת הזאת אנחנו פורטים ל- 10 אחדות. מוסיפים את 10 האחדות שפרטנו ל- 2 האחדות שיש לנו במחוסר, כך יש לנו 12 אחדות שמהן אפשר להחסיר 7 אחדות והתשובה תהיה 5 אחדות. פעולת הפריטה של העשרת ל- 10 אחדות היא פעולת הרחבה: היחידות קטנות פי עשרה, אבל יש פי 10 יותר יחידות.

מ: האם זו הפריטה היחידה שעלינו לעשות בתרגיל הזה?

ת: לא. גם החסרת 6 עשרות מ- 5 עשרות היא בלתי אפשרית, לכן נפנה למאות נלווה מאה אחת שאותה נפרוט ל- 10 עשרות. נחבר את 10 העשרות ל - 4העשרות שבמחוסר. יש במחוסר רק 4 עשרות, כי עשרת אחת פרטנו. ביחד

יש לנו 14 עשרות שמהן אפשר להחסיר 6 עשרות. ההפרש הוא: 8 . עכשיו צריך לזכור שיש לנו 3 מאות ולא 4 מאות, כי מאה אחת פרטנו. התשובה תהיה 385 ומה שחשוב לנו זו לא רק התשובה הסופית של התרגיל, כלומר ההפרש, אלא תהליך הפריטה שהוא אותו תהליך של הרחבה : הפכנו יחידה גדולה אחת ל-10 יחידות הקטנות ממנה פי 10. זה בדיוק כמו בתרגיל של השברים :

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

שבו הפכנו את החמישיות ל 1/15 שהוא קטן פי 3 מחמישית, אבל לקחנו מספר חלקים הגדול פי 3 מהחלק המקורי, הקטנו את החלקים והגדלנו את מספרם באותה מידה אז הכמות הכוללת נשארה אותה כמות.